

山西能源学院教案

授课班级 能动 1701-1704 授课时间 计 2 学时

课题（章节及内容）	第五章 对流传热的理论基础 5.1 对流传热概说 5.2 对流传热问题的数学描写
教学目的和要求	掌握牛顿冷却公式的应用； 掌握对流换热微分方程组的导出方法； 理解影响对流换热的因素； 了解对流传热现象的分类。
重点难点	对流换热微分方程组的推导方法。
教学进程（含课堂教学内容、教学方法、辅助手段等）	教学内容：对流传热现象的分类；影响对流换热的因素；层流边界层对流能量微分方程的推导。 教学方法：讲授与练习、启发讨论、诱导式、归纳总结法。
作业布置	
主要参考资料	《传热学》第四版，杨世铭，陶文铨， 高等教育出版社，2006年8月
课后自我总结分析	

山西能源学院教案

5-1 对流换热概说

1 对流换热过程

对流换热是发生在流体和与之接触的固体壁面之间的热量传递过程，（直接接触是与辐射换热的区别），是宏观的热对流与微观的热传导的综合传热过程。由于涉及流体的运动使热量的传递过程变得较为复杂，分析处理较为困难。因此，在

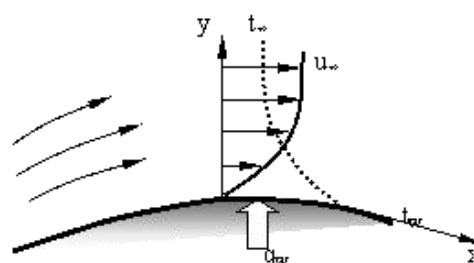


图 4-1 对流换热过程示意图

在对流换热过程的研究和应用上，实验和数值分析的处理方法是常常采用的。下面我们简单的对流换热过程为例，对对流换热过程的特征进行粗略的分析。

图 5 - 1 表示一个简单的对流换热过程。表示流体以流速 u 和来流温度 t 流过一个温度为 t_w 的固体壁面。这里选取流体沿壁面流动的方向为 x 坐标、垂直壁面方向为 y 坐标。

由于固体壁面对流体分子的吸附作用，使得壁面上的流体是处于不流动或不滑移的状态（此论点对于极为稀薄的流体是不适用的）。又由于流体分子相互之间的穿插扩散和（或）相互之间的吸引造成流体之间的相互牵制。这种相互的牵制作用就是流体的黏性力，在其作用下会使流体的速度在垂直于壁面的方向上发生改变。由于流体的分子在固体壁面上被吸附而处于不流动的状态，因而使流体速度从壁面上的零速度值逐步变化到来流的速度值。同时，通过固体壁面的热流也会在流体分子的作用下向流体扩散（热传导），并不断地被流体的流动而带到下游（热对流），因而也导致紧靠壁面处的流体温度逐步从壁面温度变化到来流温度。这里，我们把流体在壁面附近的速度和温度分布也示意性地表示在图 5 - 1 中。

2 对流换热过程的分类

由于对流换热是发生在流体和固体界面上的热交换过程，流体的流动和固体壁面的几何形状以及相互接触的方式都会不同程度影响对流热交换的效果，由此也构成了许许多多复杂的对流换热过程。因此，为了研究问题的条理性和系统性，

以及更便于把握对流换热过程的实质，我们按不同的方式将对流换热过程进行分类。然后再分门别类地进行分析处理。

在传热学中对流换热过程的习惯性分类方式是：

- 1) 按 流体运动的起因 可分为 自然对流换热 和 受迫对流换热；
- 2) 按 流体与固体壁面的接触方式 可分为 内部流动换热 和 外部流动换热；
- 3) 按 流体的运动状态 可分为 层流流动换热 和 湍流流动换热；
- 4) 按流体在换热中 是否发生相变 或存在多相的情况可分为 单相流体对流换热 和 多相流体对流换热。

湍流流动极为普遍，从自然现象看，收获季节的麦浪滚滚，旗帜在微风中轻轻飘扬，都是由空气的湍流引起的。湍流的运动服从某种统计规律，而不是杂乱无章。香烟的烟在静止的空气中上升，可以看到从层流到湍流的转化。湍流会消耗能量（同摩擦力消耗能量一样），没有湍流的世界是不可想象的。如果没有湍流，把酱油倒进汤里，花半小时酱油才能和汤混合，用汤匙一搅，依靠湍流几秒钟它们就混合在一起了。如果没有湍流的掺混，烟囱浓烟中的有害物质将长期积聚，危害人类环境。

对于实际的对流换热过程的，按照上述的分类，总是可以将其归入相应的类型之中。例如，在外力推动下流体的管内流动换热是属于受迫内部流动换热，可以为层流亦可为湍流，也可以有相变发生，使之从单相流动变为多相流动；再如，竖直的热平板在空气中冷却过程是属于外部自然对流换热（或称大空间自然对流换热），可以为层流亦可为湍流，在空气中冷却不可能有相变，应为单相流体换热；但是如果是在饱和水中则会发生沸腾换热，这就是带有相变的多相换热过程。

在本章中，我们将按照上述分类对一些典型的对流换热过程进行分析。具体步骤为，先讨论单相流体受迫对流换热，其中分层流和紊流、管内流动和掠过平板或管子的外部流动，之后讨论大空间自然对流换热，最后介绍有流体发生相变的凝结和沸腾换热。

3 换热系数和换热微分方程式

在绪论中提到对流换热的热流密度可以按照牛顿冷却公式来计算，即 $q_c = h(t_w - t_\infty)$ ，式中， h 为对流换热系数（亦称表面传热系数，记为 h ），其

单位是 $W/(m^2\cdot^{\circ}C)$ 。采用这样的书写形式是为了使热流的方向与流体温度的降落方向一致。如果 $t_w > t_{\infty}$ 热流方向从固体壁面指向流体，如果 $t_w < t_{\infty}$ 则相反。仔细分析一下这个公式，就不难看出该式只不过是定义了一个对流换热系数而已，并不能直接去解决对流换热问题。但是，利用这个定义的直接好处是，把研究复杂对流换热问题集中到研究和确定对流换热系数上，使复杂问题从形式上得到简化；同时，由于对流换热系数是表示单位时间单位换热面积在单位温度下的换热量，因而可以用来衡量各种对流换热过程换热性能的差异，这也就是对流换热系数这个定义沿用至今的道理。

对流换热系数如何确定呢？ 分析一下流体在壁面上的特征也许会有帮助。前面已经提到，壁面上的流体分子层由于受到固体壁面的吸附是处于不滑移的状态，其流速应为零，那么通过它的热流量只能依靠导热的方式传递。由傅里叶定律传导的热流密度为 $q_w = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0}$ ，而从过程的热平衡可知，这些通过壁面流体层传导的热流量最终是以对流换热的方式传递到流体中去的，因而有 $q_c = q_w$ 。于是得到如下关系

$$q_c = h(t_w - t_{\infty}) = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad \text{或} \quad h = -\frac{\lambda}{\Delta t} \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (5-1)$$

式中， $\Delta t = t_w - t_{\infty}$ ， λ 为流体的导热系数。

式 5 - 1 称为换热微分方程式，它给出了计算对流换热壁面上热流密度的公式，也确定了对流换热系数与流体温度场之间的关系。它清晰地告诉我们，要求解一个对流换热问题，获得该问题的对流换热系数或交换的热流量，就必须首先获得流场的温度分布，即温度场，然后确定壁面上的温度梯度，最后计算出在参考温差下的对流换热系数。所以换热系数与流场的温度分布有关，因此，它与流速、流态、流动起因、换热面的几何因素、流体物性均有关。所以换热系数不是物性参数。对流换热问题犹如导热问题一样，寻找流体系统的温度场的支配方程，并力图求解方程而获得温度场是处理对流换热问题的主要工作。由于流体系统中流体的运动影响着流场的温度分布，因而流体系统的速度分布（速度场）也是要同时确定的，这也就是说，速度场的场方程也必须找出，并加以求解。不幸的是，对于较为复杂的对流换热问题，在建立了流场场方程之后，分析求解几乎是不可能的。此时，实验求解和数值求解是常常被采用的。尽管如此，

实验关系式的形式及准则的确定还是建立在场方程的基础上的,数值求解的代数方程组也是从场方程或守恒定律推导得出的。

下面我们将针对对流换热过程的流场从质量守恒定律、动量守恒定律和能量守恒定律出发结合傅里叶导热定律和斯托克 (Stokes) 黏性定律推导出流场的支配方程组。

5-2 对流换热问题的数学描写

对流换热问题完整的数学描写包括对流换热微分方程组及定解条件。对流换热过程是流体中的热量传递过程,涉及流体运动造成的热量的携带和流体分子运动的热量的传导(或扩散)。因此,流体的温度场与流体的流动场(速度场)密切相关。要确立温度场和速度场就必须找出支配方程组,它们应该是,从质量守恒定律导出的连续性方程、从动量守恒定律导出的动量微分方程、和从能量守恒定律导出的能量微分方程。从一般意义上讲,推导这些方程应该尽量少的限制性条件。但是为了突出方程推导的物理实质而又不失一般性,这里选取二维不可压缩的常物性流体流场来进行微分方程组的推导工作。

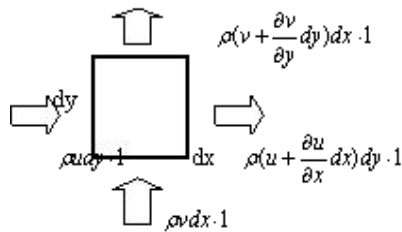


图 4-2 二维连续性方程流场示意图

1. 连续性方程

图 5 - 2 给出了一个二维流体流场,从中选取一个微元体 $dx dy \cdot 1$, 并设定 x 方向的流体流速为 u , 而 y 方向上的流体流速为 v , 流体的密度的 r 。将质量守恒定律应用于微元体, 必然存在如下质量平衡关系:

单位时间流进和流出微元体的质量流量之差 = 微元体质量随时间的变化率。

从 x 方向进入元体的质量流量为 $\rho u dy \cdot 1$, 流出则为 $\left(\rho u + \frac{\partial \rho u}{\partial x} dx \right) dy \cdot 1$; 而

从 y 方向进入元体的质量流量为 $\rho v dx \cdot 1$, 流出则为 $\left(\rho v + \frac{\partial \rho v}{\partial y} dy \right) dx \cdot 1$ 。

于是，单位时间流进和流出微元体的质量流量之差为

$$-\left(\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y}\right) dx dy \cdot 1$$

同时，微元体质量随时间的变化率应为。

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} dx dy \cdot 1$$

从质量平衡关系可以得出连续性方程：

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (5 - 2)$$

对于稳态流场 $\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (5 - 3)$

对于不可压常物性流场 $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (5 - 4)$

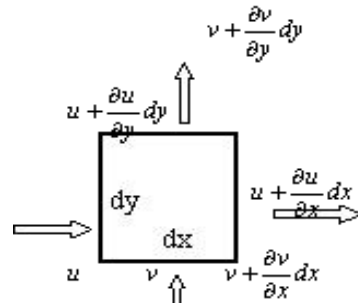


图 4-3 微元体速度变化图

2 动量微分方程

动量微分方程是纳维埃和斯托克斯分别于 1827 和 1845 年推导的。

流体的运动应服从动量守恒定律，对于我们所研究的二维不可压缩流场，微元体 $dx dy \cdot 1$ 的动量平衡关系应为：

流体流动引起的元体动量变化率 = 作用于元体上的外力之和。

因流体运动引起的元体动量变化率

由图 5 - 3 可见，从 x 方向进入元体质量流量在 x 方向上的动量为 $\rho u dy \cdot 1 \cdot u$ ，而从 x 方向流出元体的质量流量在 x 方向上的动量则为 $\left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} dx\right) dy \cdot 1 \cdot \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right)$ ；

同时还应注意到，从 y 方向进入元体的质量流量在 x 方向上的动量为 $\rho v dx \cdot 1 \cdot u$ ，而从 y 方向流出元体的质量流量在 x 方向上的动量则为 $\left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial y} dy\right) dx \cdot 1 \cdot \left(u + \frac{\partial u}{\partial y} dy\right)$ 。

把离开元体的动量流量减去进入元体的动量流量，结果就是 x 方向上的动量改变量，

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) dx dy \cdot 1 \quad (1a)$$

注意，在化简过程中利用了连续性方程和忽略了高阶小量。

同理，我们可以导出 y 方向上的动量改变量，

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) dx dy \cdot 1 \quad (1b)$$

作用于微元体上的外力

作用于微元体上的力 可以分为表面力和体积力 。

体积力 是由于重力场、电场或磁场作用于元体上的结果。为了分析上的便利和简明，设定单位体积流体的体积力为 F ，那么相应地在 x 和 y 方向上的分量分别为 F_x 和 F_y 。于是作用于微元体上的体积力在 x 方向为：

$$F_x dx dy \cdot 1 \quad (2a)$$

而在 y 方向为：

$$F_y dx dy \cdot 1 \quad (2b)$$

表面力 是作用于微元体表面上的力。通常用 作用于单位面积上的力来表示，称之为应力 。由于力作用的表面和作用力均为矢量，那么应力应该是一个二阶张量。在物理空间中面矢量和力矢量各自有三个相互独立的分量（方向），因而对应组合可构成应力张量的九个分量。于是应力张量可表示为

$$\tau_{ij} = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{bmatrix},$$

式中 $\tau_{ij}, i=1,2,3, j=1,2,3$ 为应力张量，下标 i 表示作用面的方向，下标 j 则表示作用力的方向。通常将 作用力和作用面方向一致的应力分量称为正应力，而不一致的称为切应力。

对于我们讨论的二维流场应力只剩下四个分量，记为 $\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix}$ ，式中：

σ_x 为 x 方向上的正应力（力与面的方向一致）； σ_y 为 y 方向上的正应力（力与面的方向一致）； τ_{xy} 为作用于 x 表面上的 y 方向上的切应力；而 τ_{yx} 为作用于 y 表面上的 x 方向上的切应力。

从图 5 - 4 显示的微元体上的应力作用情况可以看出：

作用在 x 方向上表面力的净值为

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dx dy \cdot 1 + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx dy \cdot 1 \quad ; \quad (a)$$

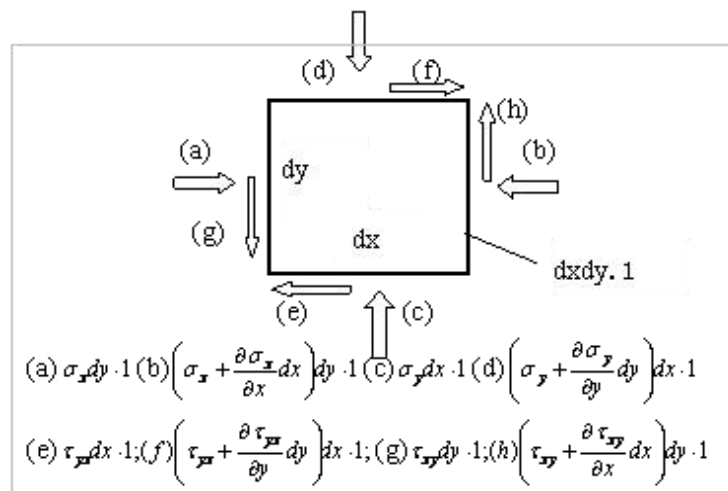


图 4-4 流场中微元体受力示意图

而作用在 y 方向上表面力的净值为 $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx dy \cdot 1 + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dx dy \cdot 1$ 。

(b)

由于流体黏性的作用,在应力的作用下流体的微元可以发生相应的变形。斯托克斯 提出了归纳速度变形率与应力之间的关系的 黏性定律 , 即:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right); \quad \sigma_x = -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \sigma_y = -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}$$

(这是针对二维问题的形式)

式中 μ 为流体的动力黏性系数。将它们代入 (a)、(b) 两式, 得出作用在微元体上表面力的净值表达式:

在 x 方向上为
$$\left[-\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \right] dx dy \cdot 1; \quad (3a)$$

在 y 方向上为
$$\left[-\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \right] dx dy \cdot 1. \quad (3b)$$

现在将式 (1a)、(2a)、(3a) 和 (1b)、(2b)、(3b) 分别代入动量平衡式, 经整理得出分量形式的动量微分方程式:

在 x 方向上
$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

在 y 方向上
$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial \tau} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right). \quad (5-5b)$$

惯性力 体积力 压力 粘性力

这就是二维不可压缩常物性流体的动量微分方程式，它是流场速度分布的支配方程。通过与连续性方程联立，在给定的初、边值条件下可以求出流场的速度分布和压力分布。由于动量方程产生于微元体的动量守恒，因而方程各项的物理意义是十分明确的。方程的左边表征流场的惯性力（亦为动量的当地改变量与位移改变量），方程右边的第一项表征流场的体积力、第二项表征流场静压力的变化，而最后一项表征流场的黏性力（亦为黏性扩散引起的动量变化）。方程 5-5 可以改写成，

$$\text{在 } x \text{ 方向上 } \quad \rho \frac{Du}{D\tau} = F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right); \quad (5-6a)$$

$$\text{在 } y \text{ 方向上 } \quad \rho \frac{Dv}{D\tau} = F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right). \quad (5-6b)$$

式中记号 $\frac{D}{D\tau}$ 表示流场的全导数或称真导数，表示了流场中物理量随时间的真实改变的速率。设流场中某物理量 f ，其全微分为

$$df = \frac{\partial f}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz,$$

$$\text{其总的变化率也就是全导数则为 } \quad \frac{df}{d\tau} = \frac{Df}{D\tau} = \frac{\partial f}{\partial \tau} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} + w \frac{\partial f}{\partial z},$$

式中， $u = \frac{dx}{d\tau}$, $v = \frac{dy}{d\tau}$, $w = \frac{dz}{d\tau}$ 分别为 x, y, z 三个方向上的流体流速。从物理意

义上理解， $\frac{\partial f}{\partial \tau}$ 表示物理量随时间的变化率。如果是一个稳态系统则有 $\frac{\partial f}{\partial \tau} = 0$ ；如

果是一个固体系统则有 $u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} + w \frac{\partial f}{\partial z} = 0$ 。

3 能量微分方程

流场中的温度分布无疑反映了流场能量分布的状态，受着能量守恒定律的制约。因而支配流场温度场的场方程—能量微分方程可以

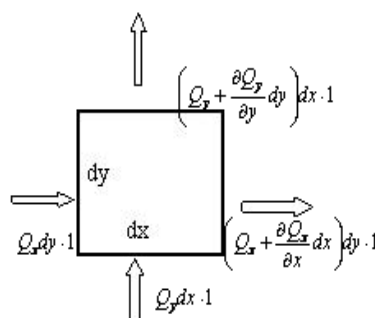


图 4-5 以传导方式进入微元体的热流量

通过对流场中微元体进行能量平衡分析而得出。对于二维不可压缩常物性流体流场而言，微元体 $dx dy \cdot 1$ 的能量平衡关系式为：

$$\Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \Delta Q_3 = \Delta E$$

式中：

ΔQ_1 为以传导方式进入元体的净的热流量； ΔQ_2 为以对流方式

进入元体的净的热流量； ΔQ_3 为元体粘性耗散功率变成的

热流量； ΔE 为元体的焓随时间的变化率。

下面我们将导出微元体能量方程相应的各项。

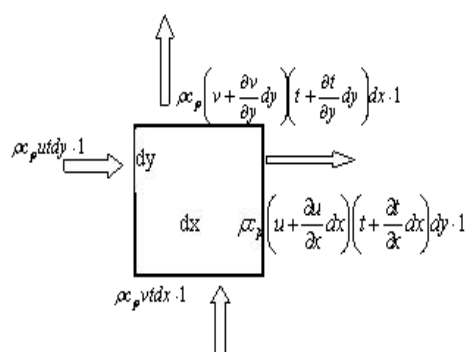


图 4-6 以对流方式进入微元体的热流量

(1) 以传导方式进入元体的净的热流量

由图 5-5 可知，x 方向和 y 方向净导入元体的

热流量分别为 $-\frac{\partial Q_x}{\partial x} dx$ 和 $-\frac{\partial Q_y}{\partial y} dy$ 。

引入傅立叶定律有， $Q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dy \cdot 1$ 和 $Q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} dx \cdot 1$ ，

代入上式可以得到总的净导入元体的热流量：
$$\Delta Q_1 = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) dx dy \cdot 1 \quad (1)$$

(2) 以对流方式进入元体的净的热流量

从图 5-6 可知，从 x 方向流进元体的热流量为 $\rho_p u t dy \cdot 1$ ，而从 x 方

向流出元体的热流量为 $\rho_p \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right) \left(t + \frac{\partial t}{\partial x} dx \right) dy \cdot 1$ ，

略去高次项后，从 x 方向进入元体的净热流量为：
$$-\rho_p \left(t \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial t}{\partial x} \right) dx dy \cdot 1$$

从 y 方向流进元体的热流量为 $\rho_p v t dx \cdot 1$ ，而从 y 方向流出元体的热流量为

$$\rho_p \left(v + \frac{\partial v}{\partial y} dy \right) \left(t + \frac{\partial t}{\partial y} dy \right) dx \cdot 1$$

略去高次项后，从 y 方向进入元体的净热流量为：

$$-\rho_p \left(t \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial t}{\partial y} \right) dx dy \cdot 1$$

那么，以对流方式进入元体的热流量净值为

$$\Delta Q_2 = -\rho_p \left(u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} \right) dx dy \cdot 1 \quad (2)$$

应注意到，在上式的化简过程中利用了连续性方程和忽略了高阶小量。

(3) 元体粘性耗散功率变成的热流量：

元体粘性耗散功率变成的热流量在此不作详细的推导，有兴趣的读者可参阅相关文献。这里直接给出结果：

$$\Delta Q_3 = \left\{ 2\mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\} dx dy \cdot 1 \quad (3)$$

也可以简记为 $\Delta Q_3 = \mu \Phi dx dy \cdot 1$ ， Φ 为粘性耗散函数。

(4) 元体的焓随时间的变化率

元体中流体的焓随时间的变化率，对于不可压缩常物性的流体，可按其定义写出：

$$\Delta E = \rho_p \frac{\partial e}{\partial \tau} dx dy \cdot 1 \quad (4)$$

(5) 能量微分方程

将所导出的各项代入微元体能量平衡方程，且两边消去 $dx dy \cdot 1$ ，经整理得出

$$\rho_p \left(\frac{\partial e}{\partial \tau} + u \frac{\partial e}{\partial x} + v \frac{\partial e}{\partial y} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) + \mu \Phi \quad (5-7)$$

流体能量随时间的变化 + 对流项 = 热传导项 + 热耗散项

这就是二维不可压缩常物性流场的能量微分方程，对于稳态流场方程变

为

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) + \mu \Phi, \quad 5-8$$

亦可写为 $\frac{Dt}{D\tau} = \alpha \nabla^2 t + \frac{\mu}{\rho c_p} \Phi$ 。 5-9

从前面的推导过程不难看出，方程 5 - 7 各项的物理意义是十分明确的。方程右边三项中，第一项为流体能量随时变化项，另外两项为流体热对流项；方程左边第一项为热传导（热扩散）项，第二项为黏性耗散项。当流体不流动时，流体流速为零，热对流项和黏性耗散项也为零，能量微分方程式便退化为导热微分方程式，即

$$\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right)。$$

所以，固体中的热传导过程是介质中传热过程的一个特例。

4 对流换热微分方程组

上面我们基于质量守恒、动量守恒和能量守恒的原则分别导出了连续性方程、动量方程和能量方程，它们是支配对流换热过程的场方程。可以归纳如下：

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0; \\ \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) &= F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right); \\ \rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right); \end{aligned} \quad (5 - 10)$$

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) + \mu \Phi。$$

以下就是二维、常物性、不可压缩的、无内热源条件下，牛顿流体对流换热问题的

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ \rho \left(\frac{\partial u}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial \tau} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial t}{\partial \tau} + u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) \\ h_x = - \frac{\lambda}{\Delta t} \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0,x} \end{cases}$$

对于给定的流场在相应的初边值条件下，联立求解连续性方程和动量方程可以获得流场的速度分布和压力分布。在速度场已知的情况下求解能量微分方程，最终可以获得流场的温度分布。此时，再引入换热微分方程 $h = -\frac{\lambda}{\Delta t} \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_{n=0}$ （ n 为壁面的法线方向坐标），最后可以求出流体与固体壁面之间的对流换热系数，从而解决给定的对流换热问题。

十分令人遗憾的是，对于大多数对流换热问题，尤其是流体流动状态从层流转变为紊流之后的换热问题，采用直接求解微分方程的分析办法几乎是不可能的。因此，对流换热问题的求解往往是一件较为复杂的工作。通常求解对流换热问题有如下几个途径：

分析求解：主要针对一些简单问题，如二维的边界层层流流动、库特流动和管内层流流动换热等，都可以通过数学分析的办法来求解。具体的求解方法同学们可以通过阅读传热学方面的书籍而获得。

实验研究：由于对流换热的复杂性，实验研究是求解对流换热问题的主要方法，尤其是对于紊流换热问题、有相变的换热问题，或者几何结构复杂的换热问题，实验求解几乎是唯一的途径。虽然，数值分析方法得到发展，但其结果还是要通过实验来加以验证。因此，本教材将主要讨论对流换热过程的实验研究方法和所得的实验关系式的应用。

数值求解：随着计算机应用的普及和数值计算方法的发展，对流换热过程的数值分析越来越成为一种主要的求解方法，其结果的可信度越来越高。数值求解方法主要是将对流换热方程组在离散的控制体中变为代数方程组，然后编制出相应的计算机程序，通过计算机求出离散的温度分布，用于表示计算区域连续的温度分布。由于对流换热过程的数值分析较为复杂，作为一本入门的教材不可能对其进行讨论，有兴趣的同学们可以参阅流体流动和传热数值计算方面的文献。

